

ISJ GORJ

OLIMPIADA LOCALĂ DE MATEMATICĂ

13 FEBRUARIE 2010

CLASA A XI- A      MATE-INFO

1. Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Arătați că

a)  $A^n = \alpha_n A + \beta_n I_3$ ,  $\alpha_n, \beta_n \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$

b)  $A^n = 2^n \cdot \frac{A + I_3}{3} + (-1)^n \cdot \frac{2 \cdot I_3 - A}{3}$

2 a) Arătați că există două șiruri de numere rationale,  $(a_n)$ ,  $(b_n)$ ,  $n \geq 1$  astfel încât  $(2 + \sqrt{5})^n = a_n + b_n \cdot \sqrt{5}$ .

b) Calculați  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ .

3. Matricea  $A = (a_{ij}) \in M_3(\mathbb{R})$ ,  $|a_{ij}| = 1$ . Aflați valoarea maximă a determinantilor matricelor posibile. Precizați matricea corespunzătoare valorii maxime obținute.

Interpretate geometrică

4. Arătați că șirul  $(a_n)$  cu  $a_1 = 1$  și  $a_{n+1} = |a_n - \frac{n}{n+1}|$ , oricare ar fi  $n \geq 1$ , este divergent

NOTA

Toate subiectele sunt obligatorii; fiecare subiect are 7 puncte; timp de lucru 3 ore.

[www.mategl.com](http://www.mategl.com)